

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΠΑΛ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: _____

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 06 / 05 / 2021

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης $F(x) = f(x) + g(x)$, είναι

$$F'(x) = f'(x) + g'(x) \quad (\text{Μονάδες 10})$$

A2. Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα μιας μεταβλητής x_i και ποιές ιδιότητες ισχύουν γι' αυτήν; **(Μονάδες 5)**

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

i. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A είναι συνεχής στο A , αν για κάθε $x_0 \in A$ ισχύει

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0).$$

ii. Εάν οι συναρτήσεις $f, g: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους, με $g(x) \neq 0$,

$$\text{τότε ισχύει: } \left(\frac{f}{g} \right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}.$$

iii. Η αθροιστική συχνότητα N_i μιας μεταβλητής x_i , $i = 1, 2, 3, \dots, k$ εκφράζει το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μεγαλύτερες ή ίσες από την τιμή x_i .

iv. Αν η τετμημένη ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα είναι $x(t)$, τότε η ταχύτητά του $v(t)$

$$\text{ισούται με } v(t) = x'(t)$$

v. Για να κατασκευάσουμε το πολύγωνο συχνοτήτων σε ομαδοποιημένα δεδομένα, ενώνουμε τα δεξιά

άκρα των άνω βάσεων των ορθογωνίων του αντίστοιχου ιστογράμματος συχνοτήτων.

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - \kappa x^2 + 4$, $\kappa \in \mathbb{R}$.

Αν $f'(-1) = -3f'(1)$, τότε:

B1. Να αποδείξετε ότι $\kappa = 3$

(Μονάδες 6)

B2. Να μελετήσετε την συνάρτηση f ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

(Μονάδες 7)

B3. Να βρείτε το $f(3)$ (Μονάδα 1) καθώς και το όριο $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - 4}{h}$. (Μονάδες 2)

(Μονάδες 3)

B4. Να βρείτε την εξίσωση εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $(3, f(3))$

(Μονάδες 5)

B5. Να βρείτε το σημείο της γραφικής παράστασης της f , στο οποίο ο ρυθμός μεταβολής της f γίνεται ελάχιστος.

(Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ Γ

Η βαθμολογία 60 μαθητών ενός Λυκείου σε ένα διαγώνισμα Μαθηματικών βρίσκεται στο διάστημα $[10, 20)$ και έχει ομαδοποιηθεί σε πέντε κλάσεις ίσου πλάτους όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

Κλάσεις	Κεντρικές τιμές x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική συχνότητα N_i	Αθροιστική σχετική συχνότητα $F_i\%$
$[10, \dots)$					
$[\dots, \dots)$					
$[\dots, \dots)$					
$[\dots, \dots)$					
$[\dots, 20)$					
ΣΥΝΟΛΟ					

Αν γνωρίζουμε ότι:

- 6 μαθητές έχουν πάρει βαθμό μικρότερο από 12
- 18 μαθητές έχουν πάρει βαθμό μικρότερο από 14
- 6 μαθητές έχουν πάρει βαθμό μεγαλύτερο ή ίσο του 18
- 18 μαθητές έχουν πάρει βαθμό μεγαλύτερο ή ίσο του 16

Γ1. Να αποδείξετε ότι $c = 2$.

(Μονάδες 2)

Γ2. Να μεταφέρετε στο Φύλλο απαντήσεων τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε , αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.

(Μονάδες 8)

Γ3. Να κατασκευάσετε το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων ($f_i\%$) .

(Μονάδες 3)

Γ4. Να βρεθεί το ποσοστό των μαθητών που έχει βαθμό:

i. τουλάχιστον 14.

(Μονάδες 2)

ii. το πολύ 18.

(Μονάδες 2)

iii. τουλάχιστον 11 και το πολύ 15 .

(Μονάδες 4)

ii. το πολύ 17 .

(Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ Δ

Υποθέτουμε ότι οι θερμοκρασίες (σε $^{\circ}\text{C}$) σε μια περιοχή κατά τη διάρκεια ενός 24ώρου προσεγγίζονται από τις τιμές της συνάρτησης $f(t) = t - 4\sqrt{t} + \alpha$, όπου $\alpha \in \mathbb{R}$ και $t \in (0, 24]$, όπου ο χρόνος είναι σε ώρες.

Δ1. Να αποδείξετε ότι η θερμοκρασία παίρνει την ελάχιστη τιμή της στις 4 ώρες. **(Μονάδες 7)**

Δ2. Αν η ελάχιστη θερμοκρασία είναι -1°C , να αποδείξετε ότι $\alpha = 3$. **(Μονάδες 6)**

Αν $\alpha = 3$

Δ3. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της θερμοκρασίας τη χρονική στιγμή $t = 9$. **(Μονάδες 6)**

Δ4. Να βρεθεί το όριο $\lim_{t \rightarrow 4} \frac{\theta'(t)}{t^2 - 16}$. **(Μονάδες 6)**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ